


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине	2021	



**УТВЕРЖДЕНО**

решением Ученого совета факультета математики,  
информационных и авиационных технологий  
от «18» мая 2021 г., протокол № 4/21

Председатель \_\_\_\_\_ / М.А. Волков  
«18» мая 2021 г.

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина	<i>Численные методы решения краевых задач</i>
Факультет	Математики, информационных и авиационных технологий
Кафедра	Математического моделирования технических систем
Курс	3

Направление (специальность) 24.03.04 Авиастроение  
*код направления (специальности), полное наименование*

Направленность (профиль/специализация) Моделирование и исследование операций в организационно-технических системах  
*полное наименование*

Форма обучения очная  
*очная, заочная, очно-заочная (указать только те, которые реализуются)*

Дата введения в учебный процесс УлГУ: «01» сентября 2021 г.



Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.


Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	Кафедра	Должность, ученая степень, звание
Богданов Андрей Юрьевич	Прикладной математики	Доцент, к.ф.-м.н., доцент

СОГЛАСОВАНО	СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой прикладной математики, реализующей дисциплину	Заведующий выпускающей кафедрой математического моделирования технических систем
 / Бутов А.А. / <i>Подпись</i> / ФИО «18» мая 2021 г.	 / Санников И.А. / <i>Подпись</i> / ФИО «18» мая 2021 г.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине	2021	

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

**Цели изучения дисциплины:** проводить аппроксимацию точного решения одноточечной и многоточечных краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных.

### Задачи изучения дисциплины:

- 1) Получить математически строгое представление о постановках краевых задач и их реализации, о методе конечных элементов МКЭ.
- 2) Изучить методики построения численных методов решения краевых задач для дифференциальных уравнений, основанные на аппроксимационном принципе, принципе разложения функции по формуле Тейлора, интегрально-интерполяционном принципе, принципе аналогий.
- 3) Изучить важнейшие методы решения задач: метод Галёркина, метод минимизации невязки, метод коллокации, метод конечных элементов и др.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП.


Дисциплина «Численные методы решения краевых задач» (Б1.В.1.ДВ.05.01) относится к дисциплинам Вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» Основной Профессиональной Образовательной Программы по направлению – 24.03.04 Авиастроение.

Данная дисциплина базируется на входных знаниях, умениях, навыках и компетенциях студента, полученных им при изучении предшествующих учебных дисциплин, указанных в Приложении к данной рабочей программе (в фондах оценочных средств – далее ФОС, пункт 1).

Результаты освоения дисциплины будут необходимы для дальнейшего процесса обучения в рамках поэтапного формирования компетенций при изучении последующих дисциплин (указаны в ФОС, пункт 1), а также для прохождения всех видов практик и государственной итоговой аттестации.

## 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Код и наименование реализуемой компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций
ПК-5 Способен проводить расчеты по определению нагрузок на агрегаты летательного аппарата в полетных и наземных случаях	<b>Знать:</b> Основные положения и принципы разработки и подготовки математических моделей. Автоматизированные системы проектирования и анализа технологических процессов. <b>Уметь:</b> Осуществлять постановку задачи и задавать граничные условия для поиска решения

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине	2021	


	<p>на основе разработанных математических моделей. Использовать современные системы трехмерного моделирования при проектировании и изготовлении изделий авиационной техники .</p> <p><b>Владеть:</b> Средствами описания законов и методов естественных наук для подготовки математических моделей исследуемых процессов. Навыками работы в прикладных программах инженерных расчётов деталей и конструкций изделий АТ и СТО.</p>
--	---

#### 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего) 2

4.2. Объем дисциплины по видам учебной работы (в часах)


Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения очная)	
	Всего по плану	В т.ч. по семестрам
		5
1	2	3
Контактная работа обучающихся с преподавателем в соответствии с УП	36	36
Аудиторные занятия:	36	36
Лекции	18	18
Семинары и практические занятия	18	18
Лабораторные работы, практикумы	-	-
Самостоятельная работа	36	36
Форма текущего контроля знаний и контроля самостоятельной работы: тестирование, контр. работа, коллоквиум, реферат и др. (не менее 2 видов)	Устный опрос, проверка решения задач, тестирование	Устный опрос, проверка решения задач, тестирование
Курсовая работа	-	-
Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)	зачёт	зачёт
Всего часов по дисциплине	72	72

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине	2021	

### 4.3. Содержание дисциплины (модуля.) Распределение часов по темам и видам учебной работы:

Форма обучения очная

Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия, семинары	Лабораторные работы, практикумы			
1	2	3	4	5	6	7	8
Раздел 1. Обзор численных методов. Слайды							
1. Интегральные постановки краевых задач. Базисы, сплайны.	8	2	2	-	-	4	Устный опрос, проверка решения задач
Раздел 2. Метод конечных элементов (МКЭ)							
2. Одномерные конечные элементы	8	2	2	-	-	4	Устный опрос, проверка решения задач
3. Прямоугольные конечные элементы	8	2	2	-	-	4	Устный опрос, проверка решения задач
4. Треугольные конечные элементы	8	2	2	-	-	4	Устный опрос, проверка решения задач
5. МКЭ в матричной форме. Локальная и глобальная матрицы жесткости	8	2	2	-	-	4	Устный опрос, проверка решения задач
6. Сходимость МКЭ	8	2	2	-	-	4	Устный опрос, проверка решения задач
Раздел 3. Метод конечных разностей							
7. Метод конечных разностей в одномерных задачах	8	2	2	-	-	4	Устный опрос, проверка решения задач
8. Метод конечных разностей в двумерных задачах	8	2	2	-	-	4	Устный опрос, проверка решения задач
Раздел 4. Метод Бубнова-Галёркина							

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине	2021	

9. Метод Бубнова-Галеркина в одномерных краевых задачах	8	2	2	-	-	4	Устный опрос, проверка решения задач
Зачет							
Итого	72	18	18	-	-	36	-

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Раздел 1. Обзор численных методов. Сплаины

Тема 1. Интегральные постановки краевых задач. Базисы, сплайны

### Раздел 2. Метод конечных элементов (МКЭ)

Тема 2. Одномерные конечные элементы

Тема 3. Прямоугольные конечные элементы

Тема 4. Треугольные конечные элементы

Тема 5. МКЭ в матричной форме. Локальная и глобальная матрицы жесткости

Тема 6. Сходимость МКЭ

### Раздел 3. Метод конечных разностей

Тема 7. Метод конечных разностей в одномерных задачах

Тема 8. Метод конечных разностей в двумерных задачах

### Раздел 4. Метод Бубнова-Галёркина

Тема 9. Метод Бубнова-Галёркина в одномерных краевых задачах

## 6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1. Интегральные постановки краевых задач. Базисы, сплайны

Тема 2. Одномерные конечные элементы

Тема 3. Прямоугольные конечные элементы

Тема 4. Треугольные конечные элементы

Тема 5. МКЭ в матричной форме. Локальная и глобальная матрицы жесткости

Тема 6. Сходимость МКЭ

Тема 7. Метод конечных разностей в одномерных задачах

Тема 8. Метод конечных разностей в двумерных задачах


Тема 9. Метод Бубнова-Галеркина в одномерных краевых задачах

## 7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ, ПРАКТИКУМЫ

Учебным планом не предусмотрены


## 8. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ

Учебным планом не предусмотрены

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине	2021	

## 9. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЗАЧЁТУ

- 1) Сильная проекционная формулировка краевой задачи.
- 2) Полуслабая проекционная формулировка краевой задачи.
- 3) Слабая проекционная формулировка краевой задачи.
- 4) Равносильность сильной, полуслабой, слабой и дифференциальной формулировок краевой задачи.
- 5) Единственность решений краевой задачи в сильной, полуслабой, слабой формах ее постановки.
- 6) Теорема о равносильности проекционной и вариационной постановок задач. Связь билинейной формы с разностью значений функционала.
- 7) Вариационная постановка одномерной задачи. Показать, что условие стационарности функционала соответствует точке его минимума.
- 8) Вариационная постановка задачи для ОДУ второго порядка.
- 9) Конечные разности, конечно-разностная система уравнений. Конечно-разностные численные методы.
- 10) Сплайны, пример - сплайны первой степени.
- 11) Сплайны, пример - сплайны третьей степени.
- 12) Метод Бубнова-Галеркина, структура глобальной матрицы, сравнение с методом Рунге.
- 13) Метод конечных элементов, сетка, конечный элемент (КЭ). Интерполяция в КЭ.
- 14) Алгоритм МКЭ в матричной форме – инженерный подход. Локальная и глобальная матрицы жесткости.
- 15) Характерные особенности алгоритма МКЭ в матричной форме, позволяющие уменьшить число арифметических операций, необходимых для решения задачи.
- 16) Алгоритм МКЭ, основанный на вариационном принципе Лагранжа. Вопрос снижения гладкости приближенного решения для напряжений по сравнению с перемещением.
- 17) Одномерные конечные элементы. Пример – КЭ первой степени.  
Одномерные конечные элементы. Пример – КЭ третьей степени.
- 18) Прямоугольные конечные элементы. Пример – четырехузловой КЭ со значениями функции и ее первых частных производных в узлах.
- 19) Прямоугольные конечные элементы. Пример – КЭ со вспомогательной сеткой и с интерполяционным полиномом Лагранжа.
- 20) Основная лемма теории треугольных конечных элементов.
- 21) Треугольные конечные элементы первой степени.
- 22) Треугольные конечные элементы второй степени.
- 23) Треугольные конечные элементы третьей степени первого типа.
- 24) Треугольные конечные элементы третьей степени второго типа.
- 25) Треугольные конечные элементы пятой степени.
- 26) Алгоритм метода Галёркина в краевой задаче, связанной с уравнением
$$y'' - y' \cos x + y \sin x = \sin x$$
- 27) Метод конечных разностей в задаче, связанной с уравнением  $x^2 y'' + xy' = 1$
- 28) Метод конечных разностей в задаче теплопроводности для уравнения Лапласа.
- 29) Метод конечных разностей в задаче теплопроводности для уравнения Пуассона.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине	2021	

## 10. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩИХСЯ

Форма обучения: очная

Название разделов и тем	Вид самостоятельной работы ( <i>проработка учебного материала, решение задач, реферат, доклад, контрольная работа, подготовка к сдаче зачета, экзамена и др.</i> )	Объем в часах	Форма контроля ( <i>проверка решения задач, реферата и др.</i> )
Раздел 1. Обзор численных методов. Слайды	Проработка учебного материала, подготовка к сдаче зачёта	4	Устный опрос, проверка решения задач
Раздел 2. Метод конечных элементов (МКЭ)	Проработка учебного материала, подготовка к сдаче зачёта	20	Устный опрос, проверка решения задач
Раздел 3. Метод конечных разностей	Проработка учебного материала, подготовка к сдаче зачёта	8	Устный опрос, проверка решения задач
Раздел 4. Метод Бубнова-Галеркина	Проработка учебного материала, подготовка к сдаче зачёта	4	Устный опрос, проверка решения задач

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### основная

1. Леонтьев В.Л. Численные методы решения краевых задач. Ульяновск: УлГУ, **2004**. 42 с
2. Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах. М.: Высшая школа, **2008**. 480 с.
3. Леонтьев В.Л. Теоретические основы математического моделирования и исследования механики конструкций. Ульяновск: УлГУ, **2006**. (15 экз) 128 с.


### дополнительная

1. Степин П.А. Сопротивление материалов. СПб: Лань. **2012**. (4 экз)
2. Семушин И.В. Численные методы алгебры и оценивание. УлГУ. **2011** (19 экз)

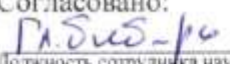
### учебно-методическая

1. Ефременков И. В. Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ, связанных с моделированием процессов теплового нагружения печатных плат в программном продукте IcePak : для студентов направления бакалавриата “Авиастроение” и “Автоматизация технологических процессов производства” / И. В. Ефременков; УлГУ, ФМИиАТ. - Ульяновск : Форма А



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине	2021	

УлГУ, 2019. - Загл. с экрана; Неопубликованный ресурс. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 2,39 Мб). - Текст : электронный. <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/2007>


Согласовано:  
 ИБ УлГУ Полина И. С. 09/09  
 Должность сотрудника научной библиотеки ФИО подпись дата

## б) Программное обеспечение ANSYS, ANSYS Workbench, Deform.

### в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

- 1.1. IPRbooks : электронно-библиотечная система : сайт / группа компаний Ай Пи Ар Медиа. - Саратов, [2021]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.
- 1.2. ЮРАЙТ : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Электронное издательство ЮРАЙТ. – Москва, [2021]. - URL: <https://urait.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.
- 1.3. Консультант студента : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Политехресурс. – Москва, [2021]. – URL: <https://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
- 1.4. Консультант врача : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Высшая школа организации и управления здравоохранением-Комплексный медицинский консалтинг. – Москва, [2021]. – URL: <https://www.rosmedlib.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
- 1.5. Большая медицинская библиотека : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Букап. – Томск, [2021]. – URL: <https://www.books-up.ru/ru/library/>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
- 1.6. Лань : электронно-библиотечная система : сайт / ООО ЭБС Лань. – Санкт-Петербург, [2021]. – URL: <https://e.lanbook.com>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
- 1.7. Znanium.com : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Знаниум. - Москва, [2021]. - URL: <http://znanium.com>. – Режим доступа : для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.
- 1.8. Clinical Collection : коллекция для медицинских университетов, клиник, медицинских библиотек // EBSCOhost : [портал]. – URL: <http://web.b.ebscohost.com/ehost/search/advanced?vid=1&sid=9f57a3e1-1191-414b-8763-e97828f9f7e1%40sessionmgr102>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.
- 1.9. Русский язык как иностранный : электронно-образовательный ресурс для иностранных студентов : сайт / ООО Компания «Ай Пи Ар Медиа». – Саратов, [2021]. – URL: <https://ros-edu.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
2. КонсультантПлюс [Электронный ресурс]: справочная правовая система. /ООО «Консультант Плюс» - Электрон. дан. - Москва : КонсультантПлюс, [2021].
3. Базы данных периодических изданий:
  - 3.1. База данных периодических изданий : электронные журналы / ООО ИВИС. - Москва, [2021]. – URL: <https://dlib.eastview.com/browse/udb/12>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине	2021	

: электронный.

3.2. eLIBRARY.RU: научная электронная библиотека : сайт / ООО Научная Электронная Библиотека. – Москва, [2021]. – URL: <http://elibrary.ru>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный

3.3. «Grebennikon» : электронная библиотека / ИД Гребенников. – Москва, [2021]. – URL: <https://id2.action-media.ru/Personal/Products>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

4. Национальная электронная библиотека : электронная библиотека : федеральная государственная информационная система : сайт / Министерство культуры РФ ; РГБ. – Москва, [2021]. –

URL: <https://нэб.рф>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный. 5. SMART Imagebase // EBSCOhost : [портал]. –

URL: <https://ebSCO.smartimagebase.com/?TOKEN=EBSCO-1a2ff8c55aa76d8229047223a7d6dc9c&custid=s6895741>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Изображение : электронные.

6. Федеральные информационно-образовательные порталы: 6.1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам : федеральный портал / учредитель ФГАОУ ДПО ЦРГОП и ИТ. –


URL: <http://window.edu.ru/>. – Текст : электронный. 6.2. Российское образование : федеральный портал / учредитель ФГАОУ ДПО ЦРГОП и ИТ. – URL: <http://www.edu.ru>. – Текст : электронный.

7. Образовательные ресурсы УлГУ:

7.1. Электронная библиотека УлГУ : модуль АБИС Мега-ПРО / ООО «Дата Экспресс». –

URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Web>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

Согласовано:

  
Должность сотрудника УИТиТ


  
ФИО

  
подпись

## 12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:

Аудитории для проведения лекций, семинарских занятий, для выполнения лабораторных работ и практикумов, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций (*выбрать необходимое*).

Аудитории укомплектованы специализированной мебелью, учебной доской. Аудитории для проведения лекций оборудованы мультимедийным оборудованием для предоставления информации большой аудитории. Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде, электронно-библиотечной системе. Перечень оборудования, используемого в учебном процессе, указывается в соответствии со сведениями о материально-техническом обеспечении и оснащённости образовательного процесса, размещёнными на официальном сайте УлГУ в разделе «Сведения об образовательной организации».

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине	2021	

### 13. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться одни из следующих вариантов восприятия информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

– для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий, организация работы ППС с обучающимися с ОВЗ и инвалидами предусматривается в электронной информационно-образовательной среде с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

Разработчик



доцент

Богданов А.Ю.